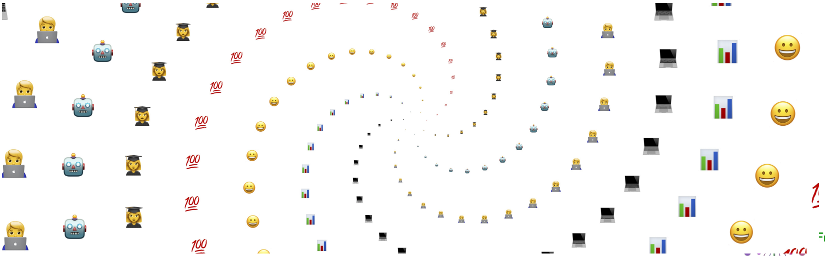
Datenintegrität

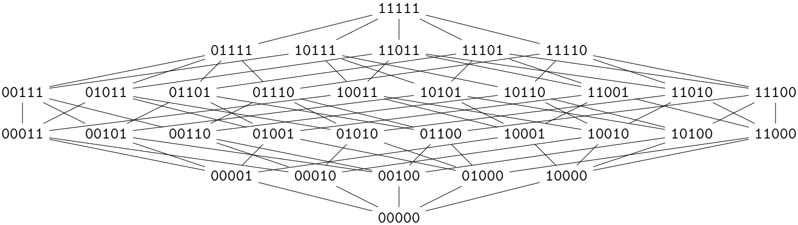
Kartentrick-Codierung

Cyril Blum

Fachschaft Informatik
Kantonsschule im Lee



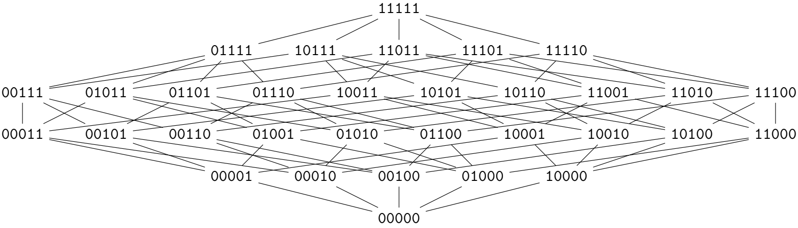
Rückblick 1-fehlerkorrigierende Kodierung



Nachteil:

- Für Bitfolgen der Länge $n \to n$-dimensionaler Hyperwürfel

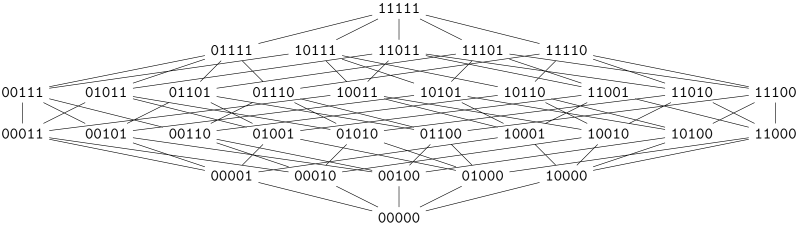
Rückblick 1-fehlerkorrigierende Kodierung



Nachteil:

- Für Bitfolgen der Länge $n \to n$-dimensionaler Hyperwürfel
- Anzahl Knoten? $\to 2^n$

Rückblick 1-fehlerkorrigierende Kodierung

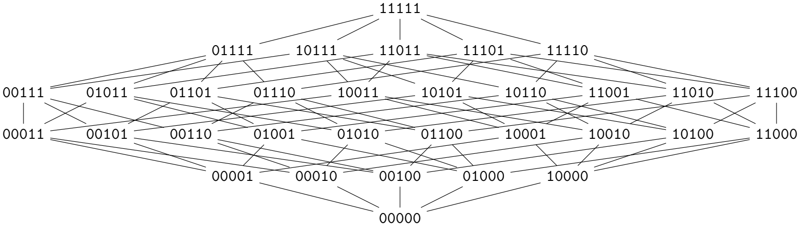


Nachteil:

- Für Bitfolgen der Länge $n \to n$-dimensionaler Hyperwürfel
- Anzahl Knoten? $\to 2^n$
- Für längere Nachrichten wird der Hyperwürfel riesig

FreeFlower

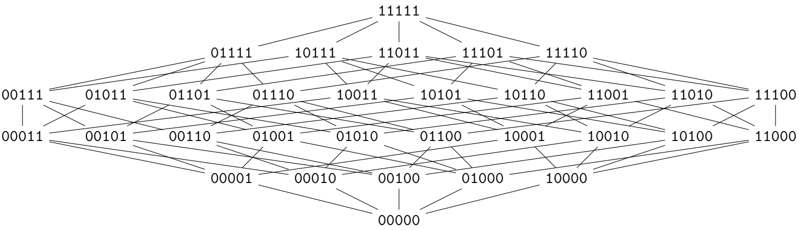
Rückblick 1-fehlerkorrigierende Kodierung



Nachteil:

- Für Bitfolgen der Länge $n \rightarrow n$-dimensionaler Hyperwürfel
- Anzahl Knoten? $\rightarrow 2^n$
- Für längere Nachrichten wird der Hyperwürfel riesig
- Aufwand wächst exponentiell!

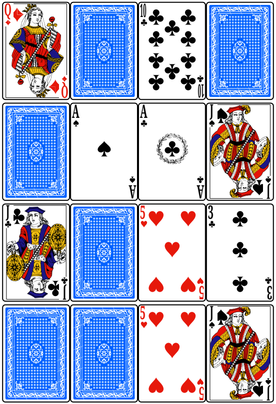
Rückblick 1-fehlerkorrigierende Kodierung



Nachteil:

- Für Bitfolgen der Länge $n \to n$-dimensionaler Hyperwürfel
- Anzahl Knoten? $\to 2^n$
- Für längere Nachrichten wird der Hyperwürfel riesig
- Aufwand wächst exponentiell!
- Bessere Methode gesucht!

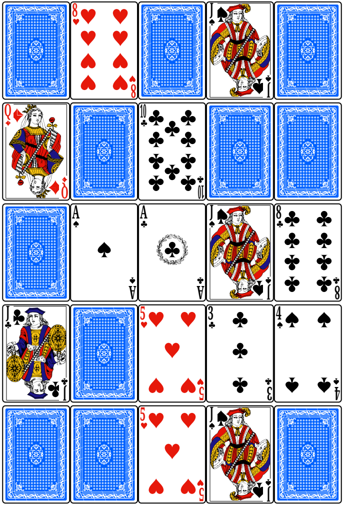
„Zaubertrick“



Erster Schritt: Auslegen der ursprünglichen Karten ($n = m = 4$)

FreeFlower

„Zaubertrick"



Zweiter Schritt: Hinzufügen einer Reihe und einer Spalte (Hilfszauberer)

FreeFlower

„Zaubertrick“

Dritter Schritt: Karten, nachdem jemand eine Karte umgedreht hat

FreeFlower

„Zaubertrick“ (binär als Matrix)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Erster Schritt: Ursprüngliche Bitmatrix ($n = m = 4$)

„Zaubertrick" (binär als Matrix)

$$\begin{pmatrix} \underline{0} & \underline{1} & \underline{0} & \underline{1} & \underline{0} \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \underline{0} \\ 0 & 1 & 1 & 1 & \underline{1} \\ 1 & 0 & 1 & 1 & \underline{1} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \underline{0} \end{pmatrix}$$

Zweiter Schritt: Hinzufügen einer Reihe und einer Spalte

(<u>Kontrollbits</u>)

FreeFlower

„Zaubertrick“ (binär als Matrix)

$$\begin{pmatrix} \underline{0} & \underline{1} & \underline{0} & \underline{1} & \underline{0} \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \underline{0} \\ 0 & 1 & 1 & 1 & \underline{1} \\ 1 & 0 & 0 & 1 & \underline{1} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \underline{0} \end{pmatrix}$$

Dritter Schritt: Eine Bitkarte wurde umgedreht (Fehlerfall)

FreeFlower

Die Kartentrickmethode

Für die folgende 6-stellige Bitfolge soll eine 1-fehlerkorrigierende Kodierung gefunden werden: `010101`

0	1	0
1	0	1

Ursprüngliche Nachricht

Die Kartentrickmethode

Für die folgende 6-stellige Bitfolge soll eine 1-fehlerkorrigierende Kodierung gefunden werden: `010101`

$$\begin{array}{c|c|c} 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{c|c|c||c} \underline{1} & \underline{1} & \underline{1} & \underline{1} \\ \hline\hline 0 & 1 & 0 & \underline{1} \\ \hline 1 & 0 & 1 & \underline{0} \end{array}$$

Ursprüngliche Nachricht

Ursprüngliche Nachricht + $\underline{\text{Kontrollbits}}$

Optimalität: so wenig Kontrollbits wie möglich

Mehrere Möglichkeiten für Codewörter der Länge 16

- $16 = 4 \cdot 4 \rightarrow \underline{\text{Kontrollbits: } 4 + 4 + 1 = 9}$

Optimalität: so wenig Kontrollbits wie möglich

Mehrere Möglichkeiten für Codewörter der Länge 16

- $16 = 4 \cdot 4 \rightarrow$ <u>Kontrollbits: $4 + 4 + 1 = 9$</u>
- $16 = 2 \cdot 8 \rightarrow$ <u>Kontrollbits: $2 + 8 + 1 = 11$</u>

Optimalität: so wenig Kontrollbits wie möglich

Mehrere Möglichkeiten für Codewörter der Länge 16

- $16 = 4 \cdot 4 \rightarrow \underline{\text{Kontrollbits: } 4 + 4 + 1 = 9}$
- $16 = 2 \cdot 8 \rightarrow \underline{\text{Kontrollbits: } 2 + 8 + 1 = 11}$
- $16 = 1 \cdot 16 \rightarrow \underline{\text{Kontrollbits: } 1 + 16 + 1 = 18}$

Optimalität: so wenig Kontrollbits wie möglich

Mehrere Möglichkeiten für Codewörter der Länge 16

- $16 = 4 \cdot 4 \rightarrow$ <u>Kontrollbits: $4 + 4 + 1 = 9$</u>
- $16 = 2 \cdot 8 \rightarrow$ <u>Kontrollbits: $2 + 8 + 1 = 11$</u>
- $16 = 1 \cdot 16 \rightarrow$ <u>Kontrollbits: $1 + 16 + 1 = 18$</u>
- Die beiden Seiten des Rechtecks sollten möglichst gleich gross sein

Optimalität: so wenig Kontrollbits wie möglich

Mehrere Möglichkeiten für Codewörter der Länge 16

- $16 = 4 \cdot 4 \rightarrow$ Kontrollbits: $4 + 4 + 1 = 9$
- $16 = 2 \cdot 8 \rightarrow$ Kontrollbits: $2 + 8 + 1 = 11$
- $16 = 1 \cdot 16 \rightarrow$ Kontrollbits: $1 + 16 + 1 = 18$
- Die beiden Seiten des Rechtecks sollten möglichst gleich gross sein
- Bei Codewörtern der Länge $48 \rightarrow 6 \cdot 8$ ist optimal!

FreeFlower

Auftrag (Skript)

- 1.20, 1.21

Falls bereits fertig:

- Kapitel 1.6 lesen und die Aufgaben 1.22 - 1.23 lösen