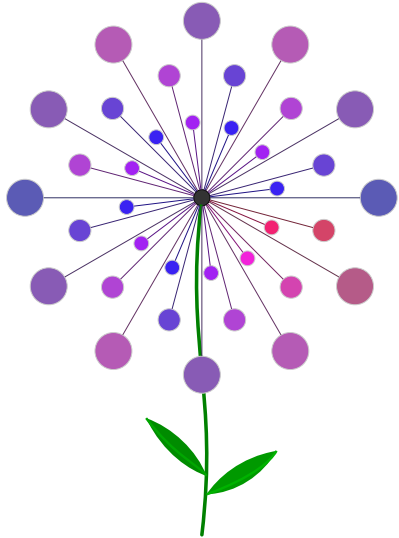


FreeFlower

Informatik: Data Science und Sicherheit

🧐 🌳: **Graphen und Bäume (Lektion 1/2)**

What the graph. . .? 🤔

Weshalb Graphen?

- Informationen aller Art abbilden und komplexe Problem einfach lösen

What the graph. . .? 🤔

Weshalb Graphen?

- Informationen aller Art abbilden und komplexe Problem einfach lösen
  - Verkehrsplanung / Google Maps

What the graph. . .? 🤔

Weshalb Graphen?

- Informationen aller Art abbilden und komplexe Problem einfach lösen
  - Verkehrsplanung / Google Maps
  - Datenstrukturen definieren

What the graph. . .? 🤔

Weshalb Graphen?

- Informationen aller Art abbilden und komplexe Problem einfach lösen
  - Verkehrsplanung / Google Maps
  - Datenstrukturen definieren
  - Chemische Strukturen erfinden

What the graph. . .? 🤔

Weshalb Graphen?

- Informationen aller Art abbilden und komplexe Problem einfach lösen
  - Verkehrsplanung / Google Maps
  - Datenstrukturen definieren
  - Chemische Strukturen erfinden
- Im Allgemeinen dienen Graphen in der Informatik & Mathematik zur Darstellung von ***Relationen*** zwischen Objekten beliebiger Art.

Was sind Graphen?

Ein ***Graph*** $G = (V, E)$ ist ein Paar von zwei Mengen V und E

- V ist die ***Menge der Knoten***

Was sind Graphen?

Ein ***Graph*** $G = (V, E)$ ist ein Paar von zwei Mengen V und E

- V ist die ***Menge der Knoten***
  - Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise

Was sind Graphen?

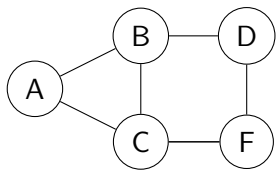
Ein ***Graph*** $G = (V, E)$ ist ein Paar von zwei Mengen V und E

- V ist die ***Menge der Knoten***
  - Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
  - Haben Namen

Was sind Graphen?

Ein ***Graph*** $G = (V, E)$ ist ein Paar von zwei Mengen V und E

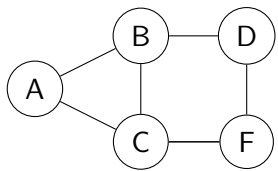
- V ist die ***Menge der Knoten***
  - Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
  - Haben Namen
- E ist die ***Menge der Kanten***



Was sind Graphen?

Ein ***Graph*** $G = (V, E)$ ist ein Paar von zwei Mengen V und E

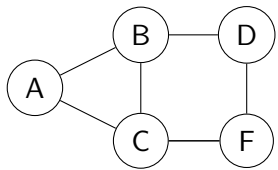
- V ist die ***Menge der Knoten***
  - Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
  - Haben Namen
- E ist die ***Menge der Kanten***
  - Verbinden Knoten



Was sind Graphen?

Ein ***Graph*** $G = (V, E)$ ist ein Paar von zwei Mengen V und E

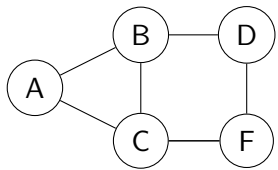
- V ist die ***Menge der Knoten***
  - Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
  - Haben Namen
- E ist die ***Menge der Kanten***
  - Verbinden Knoten
  - Bezeichnet durch ihre Endknoten



Was sind Graphen?

Ein ***Graph*** $G = (V, E)$ ist ein Paar von zwei Mengen V und E

- V ist die ***Menge der Knoten***
  - Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
  - Haben Namen
- E ist die ***Menge der Kanten***
  - Verbinden Knoten
  - Bezeichnet durch ihre Endknoten

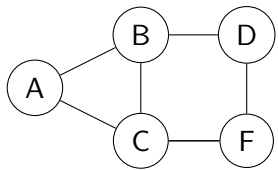


  - $V = \{A, B, C, D, F\}$

Was sind Graphen?

Ein ***Graph*** $G = (V, E)$ ist ein Paar von zwei Mengen V und E

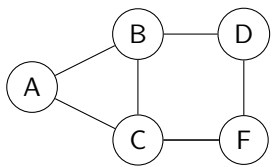
- V ist die ***Menge der Knoten***
  - Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
  - Haben Namen
- E ist die ***Menge der Kanten***
  - Verbinden Knoten
  - Bezeichnet durch ihre Endknoten



  - $V = \{A, B, C, D, F\}$
  - $E = \{\{A, B\}, \{A, C\}, \{B, C\}, \{B, D\}, \{C, F\}, \{D, F\}\}$

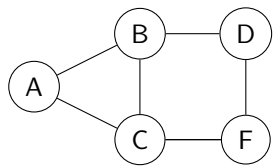
Wege und Spaziergänge

- Ein ***Weg*** oder ein ***Spaziergang*** in einem Graphen $G = (V, E)$ besteht aus einer Folge benachbarter Knoten, die miteinander verbunden werden
  - Z.B. im Graph unten: A, B, C, F, D
  - Wir sagen dem ersten und letzten Knoten in diesem Weg (A und D) ***Endknoten***



Wege und Spaziergänge

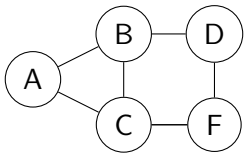
- Ein ***Weg*** oder ein ***Spaziergang*** in einem Graphen $G = (V, E)$ besteht aus einer Folge benachbarter Knoten, die miteinander verbunden werden
  - Z.B. im Graph unten: A, B, C, F, D
  - Wir sagen dem ersten und letzten Knoten in diesem Weg (A und D) ***Endknoten***



- Wir nennen einen Weg ***Kreis***, wenn die Endknoten gleich sind
  - Z.B. A, C, F, D, B, A
  - Ein Kreis ist ***einfach***, wenn ausser dem Endknoten kein anderer Knoten zweimal vorkommt

Spezielle Wege

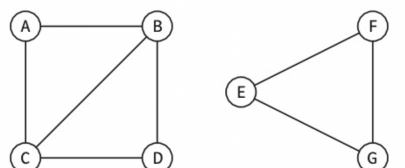
- Ein ***Euler'scher Weg*** ist ein Weg, der alle Kanten eines Graphen genau einmal durchläuft. Graphen, die einen solchen Weg besitzen, nennen wir ***Euler'sche Graphen***
- Ein ***Hamilton'scher Weg*** ist ein einfacher Weg zwischen zwei Knoten eines Graphen, bei dem alle Knoten des Graphen enthalten sind.



→ Suchen Sie Euler'sche Wege/Kreise und Hamilton'sche Wege/Kreise in diesem Graph

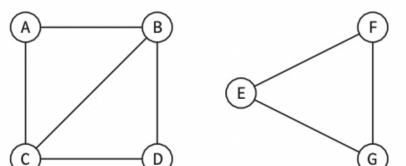
Zusammenhängende Graphen

- Ein Graph ist ***zusammenhängend***, wenn es zwischen jedem paar von Knoten mindestens einen Weg gibt.



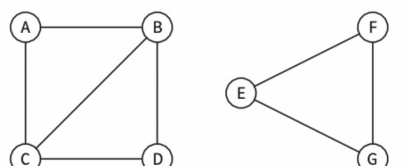
Zusammenhängende Graphen

- Ein Graph ist ***zusammenhängend***, wenn es zwischen jedem paar von Knoten mindestens einen Weg gibt.
- Wenn zwei Knoten A und B miteinander Verbunden sind ($\exists \{A, B\}$), dann heissen sie ***Nachbarn***



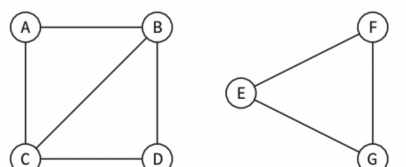
Zusammenhängende Graphen

- Ein Graph ist ***zusammenhängend***, wenn es zwischen jedem paar von Knoten mindestens einen Weg gibt.
- Wenn zwei Knoten A und B miteinander Verbunden sind ($\exists \{A, B\}$), dann heissen sie ***Nachbarn***
- Der **Grad eines Knotens** $x \in V$, bezeichnet als $\deg(x)$, ist die Anzahl der mit x verbundenen Kanten



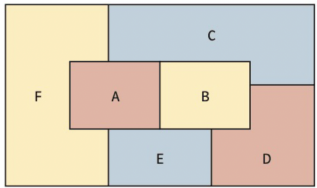
Zusammenhängende Graphen

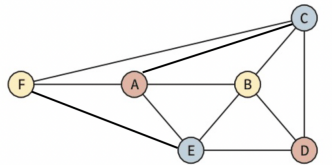
- Ein Graph ist ***zusammenhängend***, wenn es zwischen jedem paar von Knoten mindestens einen Weg gibt.
- Wenn zwei Knoten A und B miteinander Verbunden sind ($\exists \{A, B\}$), dann heissen sie ***Nachbarn***
- Der **Grad eines Knotens** $x \in V$, bezeichnet als $\deg(x)$, ist die Anzahl der mit x verbundenen Kanten
- Der **Grad eines Graphen** G, bezeichnet als $\deg(G)$, ist das Maximum der Grade aller Knoten im Graphen



Färbung von Graphen

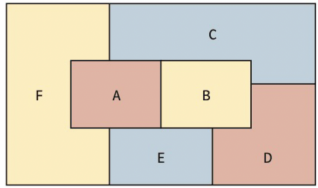
- Die ***Färbung eines Graphen*** erfolgt so, dass benachbarte Knoten immer unterschiedliche Farben haben. Ein Graph G mit k Farben heisst demnach ***k-färbbar***.

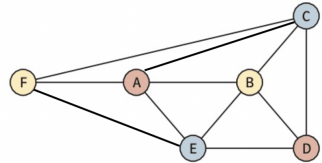




Färbung von Graphen

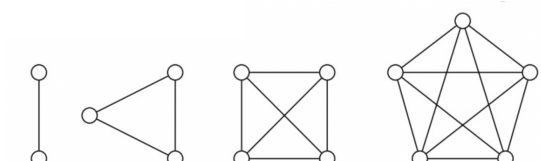
- Die ***Färbung eines Graphen*** erfolgt so, dass benachbarte Knoten immer unterschiedliche Farben haben. Ein Graph G mit k Farben heisst demnach ***k-färbbar***.





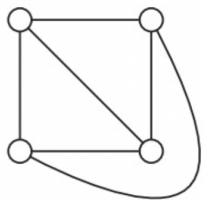
- Ein ***vollständiger Graph*** ist ein Graph von n Knoten, in dem jeder Knoten mit jedem anderen Knoten verbunden ist

$$\forall x \in V : \quad \deg(x) = n - 1$$



Planare Darstellung von Graphen

- Ein Graph ist ***planar*** dargestellt, wenn keine Knoten sich überkreuzen.



Aufgaben

1. Aufgabe 1.38
2. Aufgabe 1.39 a, c und d (Aufgabe b ignorieren, Fehler im Buch)
3. Lesen Sie Beispiel 1.6 (Korrektur: beim Graph unten rechts sollten Kanten **F und E** sowie **A und C** miteinander verbunden sein)
4. Aufgabe 1.42
5. Aufgabe 1.44
6. Aufgabe 1.45
7. Aufgabe 1.48
8. *Challenge*: Aufgabe, 1.40, 1.47 und 1.49

Viel Erfolg!

