



# Kantonsschule Im Lee

Informatik: Data Science und Sicherheit



: Graphen und Bäume (Lektion 1/2)

What the graph...? 🤔

Weshalb Graphen?

- ▶ Informationen aller Art abbilden und komplexe Problem einfach lösen

# What the graph...? 🤔

## Weshalb Graphen?

- ▶ Informationen aller Art abbilden und komplexe Problem einfache lösen
  - ▶ Verkehrsplanung / Google Maps

# What the graph...? 🤔

## Weshalb Graphen?

- ▶ Informationen aller Art abbilden und komplexe Problem einfache lösen
  - ▶ Verkehrsplanung / Google Maps
  - ▶ Datenstrukturen definieren

# What the graph...? 🤔

## Weshalb Graphen?

- ▶ Informationen aller Art abbilden und komplexe Problem einfache lösen
  - ▶ Verkehrsplanung / Google Maps
  - ▶ Datenstrukturen definieren
  - ▶ Chemische Strukturen erfinden

# What the graph...? 🤔

## Weshalb Graphen?

- ▶ Informationen aller Art abbilden und komplexe Problem einfach lösen
  - ▶ Verkehrsplanung / Google Maps
  - ▶ Datenstrukturen definieren
  - ▶ Chemische Strukturen erfinden
- ▶ Im Allgemeinen dienen Graphen in der Informatik & Mathematik zur Darstellung von **Relationen** zwischen Objekten beliebiger Art.

# Was sind Graphen?

Ein **Graph**  $G = (V, E)$  ist ein Paar von zwei Mengen  $V$  und  $E$

- ▶  $V$  ist die **Menge der Knoten**

# Was sind Graphen?

Ein **Graph**  $G = (V, E)$  ist ein Paar von zwei Mengen  $V$  und  $E$

- ▶  $V$  ist die **Menge der Knoten**
  - ▶ Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise

# Was sind Graphen?

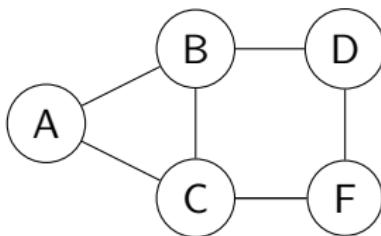
Ein **Graph**  $G = (V, E)$  ist ein Paar von zwei Mengen  $V$  und  $E$

- ▶  $V$  ist die **Menge der Knoten**
  - ▶ Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
  - ▶ Haben Namen

# Was sind Graphen?

Ein **Graph**  $G = (V, E)$  ist ein Paar von zwei Mengen  $V$  und  $E$

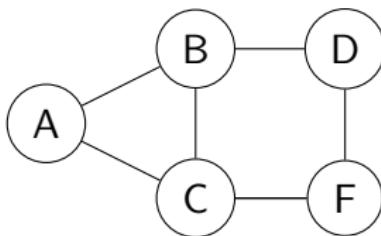
- ▶  $V$  ist die **Menge der Knoten**
  - ▶ Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
  - ▶ Haben Namen
- ▶  $E$  ist die **Menge der Kanten**



# Was sind Graphen?

Ein **Graph**  $G = (V, E)$  ist ein Paar von zwei Mengen  $V$  und  $E$

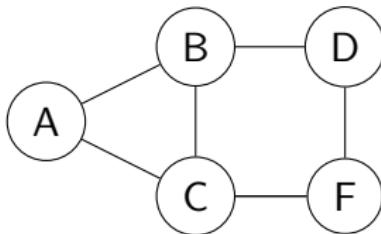
- ▶  $V$  ist die **Menge der Knoten**
  - ▶ Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
  - ▶ Haben Namen
- ▶  $E$  ist die **Menge der Kanten**
  - ▶ Verbinden Knoten



# Was sind Graphen?

Ein **Graph**  $G = (V, E)$  ist ein Paar von zwei Mengen  $V$  und  $E$

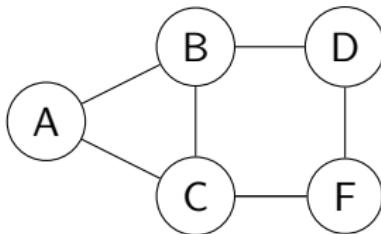
- ▶  $V$  ist die **Menge der Knoten**
  - ▶ Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
  - ▶ Haben Namen
- ▶  $E$  ist die **Menge der Kanten**
  - ▶ Verbinden Knoten
  - ▶ Bezeichnet durch ihre Endknoten



# Was sind Graphen?

Ein **Graph**  $G = (V, E)$  ist ein Paar von zwei Mengen  $V$  und  $E$

- ▶  $V$  ist die **Menge der Knoten**
  - ▶ Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
  - ▶ Haben Namen
- ▶  $E$  ist die **Menge der Kanten**
  - ▶ Verbinden Knoten
  - ▶ Bezeichnet durch ihre Endknoten

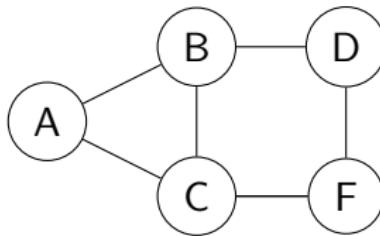


- ▶  $V = \{A, B, C, D, F\}$

# Was sind Graphen?

Ein **Graph**  $G = (V, E)$  ist ein Paar von zwei Mengen  $V$  und  $E$

- ▶  $V$  ist die **Menge der Knoten**
  - ▶ Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
  - ▶ Haben Namen
- ▶  $E$  ist die **Menge der Kanten**
  - ▶ Verbinden Knoten
  - ▶ Bezeichnet durch ihre Endknoten

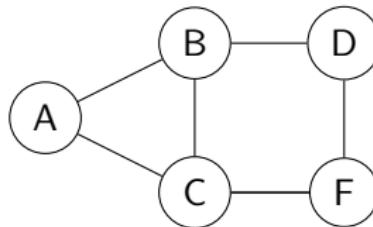


- ▶  $V = \{A, B, C, D, F\}$
- ▶  $E = \{\{A, B\}, \{A, C\}, \{B, C\}, \{B, D\}, \{C, F\}, \{D, F\}\}$



## Wege und Spaziergänge

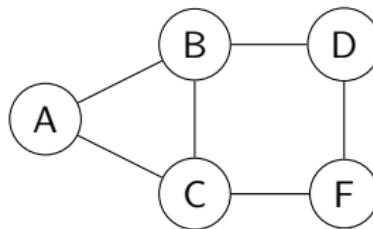
- ▶ Ein **Weg** oder ein **Spaziergang** in einem Graphen  $G = (V, E)$  besteht aus einer Folge benachbarter Knoten, die miteinander verbunden werden
  - ▶ Z.B. im Graph unten: A, B, C, F, D
  - ▶ Wir sagen dem ersten und letzten Knoten in diesem Weg (A und D) **Endknoten**





# Wege und Spaziergänge

- ▶ Ein **Weg** oder ein **Spaziergang** in einem Graphen  $G = (V, E)$  besteht aus einer Folge benachbarter Knoten, die miteinander verbunden werden
  - ▶ Z.B. im Graph unten: A, B, C, F, D
  - ▶ Wir sagen dem ersten und letzten Knoten in diesem Weg (A und D) **Endknoten**

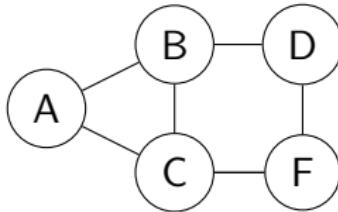


- ▶ Wir nennen einen Weg **Kreis**, wenn die Endknoten gleich sind
  - ▶ Z.B. A, C, F, D, B, A
  - ▶ Ein Kreis ist **einfach**, wenn ausser dem Endknoten kein anderer Knoten zweimal vorkommt

# Spezielle Wege



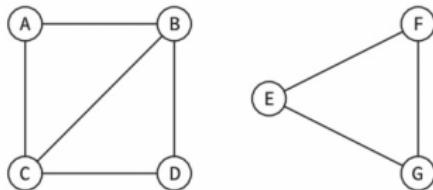
- ▶ Ein **Euler'scher Weg** ist ein Weg, der alle Kanten eines Graphen genau einmal durchläuft. Graphen, die einen solchen Weg besitzen, nennen wir **Euler'sche Graphen**
- ▶ Ein **Hamilton'scher Weg** ist ein einfacher Weg zwischen zwei Knoten eines Graphen, bei dem alle Knoten des Graphen enthalten sind.



→ Suchen Sie Euler'sche Wege/Kreise und Hamilton'sche Wege/Kreise in diesem Graph

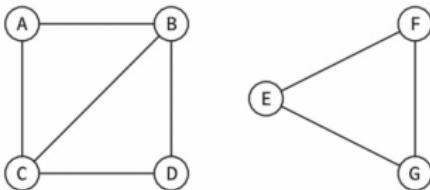
# Zusammenhängende Graphen

- ▶ Ein Graph ist ***zusammenhängend***, wenn es zwischen jedem paar von Knoten mindestens einen Weg gibt.



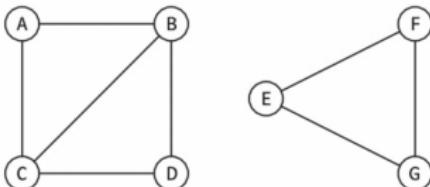
# Zusammenhängende Graphen

- ▶ Ein Graph ist ***zusammenhängend***, wenn es zwischen jedem paar von Knoten mindestens einen Weg gibt.
- ▶ Wenn zwei Knoten A und B miteinander Verbunden sind ( $\exists \{A, B\}$ ), dann heissen sie ***Nachbarn***



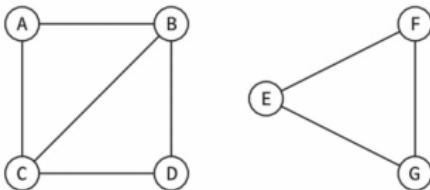
# Zusammenhängende Graphen

- ▶ Ein Graph ist ***zusammenhängend***, wenn es zwischen jedem paar von Knoten mindestens einen Weg gibt.
- ▶ Wenn zwei Knoten A und B miteinander Verbunden sind ( $\exists \{A, B\}$ ), dann heissen sie ***Nachbarn***
- ▶ Der **Grad eines Knotens**  $x \in V$ , bezeichnet als  $\deg(x)$ , ist die Anzahl der mit  $x$  verbundenen Kanten



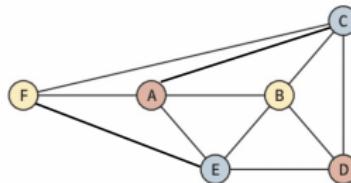
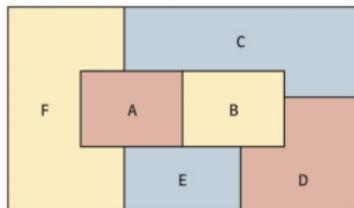
# Zusammenhängende Graphen

- ▶ Ein Graph ist **zusammenhängend**, wenn es zwischen jedem paar von Knoten mindestens einen Weg gibt.
- ▶ Wenn zwei Knoten A und B miteinander Verbunden sind ( $\exists \{A, B\}$ ), dann heissen sie **Nachbarn**
- ▶ Der **Grad eines Knotens**  $x \in V$ , bezeichnet als  $\deg(x)$ , ist die Anzahl der mit  $x$  verbundenen Kanten
- ▶ Der **Grad eines Graphen**  $G$ , bezeichnet als  $\deg(G)$ , ist das Maximum der Grade aller Knoten im Graphen



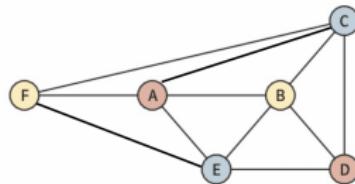
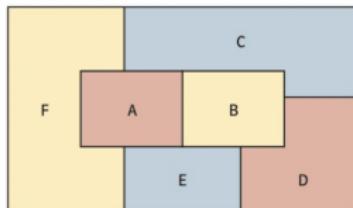
# Färbung von Graphen

- Die **Färbung eines Graphen** erfolgt so, dass benachbarte Knoten immer unterschiedliche Farben haben. Ein Graph  $G$  mit  $k$  Farben heisst demnach  **$k$ -färbbar**.



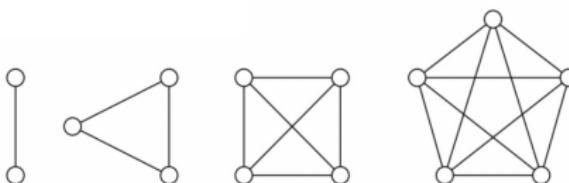
# Färbung von Graphen

- Die **Färbung eines Graphen** erfolgt so, dass benachbarte Knoten immer unterschiedliche Farben haben. Ein Graph  $G$  mit  $k$  Farben heisst demnach  **$k$ -färbbar**.



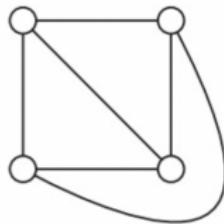
- Ein **vollständiger Graph** ist ein Graph von  $n$  Knoten, in dem jeder Knoten mit jedem anderen Knoten verbunden ist

$$\forall x \in V : \deg(x) = n - 1$$



# Planare Darstellung von Graphen

- ▶ Ein Graph ist ***planar*** dargestellt, wenn keine Knoten sich überkreuzen.



# Aufgaben

1. Aufgabe 1.38
2. Aufgabe 1.39 a, c und d (Aufgabe b ignorieren, Fehler im Buch)
3. Lesen Sie Beispiel 1.6 (Korrektur: beim Graph unten rechts sollten Kanten **F und E** sowie **A und C** miteinander verbunden sein)
4. Aufgabe 1.42
5. Aufgabe 1.44
6. Aufgabe 1.45
7. Aufgabe 1.48
8. *Challenge:* Aufgabe, 1.40, 1.47 und 1.49

Viel Erfolg!

