



Kantonsschule Im Lee

Informatik: Data Science und Sicherheit



: **Graphen und Bäume (Lektion 1/2)**

What the graph...? 🤔

Weshalb Graphen?

- ▶ Informationen aller Art abbilden und komplexe Problem einfach lösen

What the graph...?

Weshalb Graphen?

- ▶ Informationen aller Art abbilden und komplexe Problem einfach lösen
 - ▶ Verkehrsplanung / Google Maps

What the graph...? 🤔

Weshalb Graphen?

- ▶ Informationen aller Art abbilden und komplexe Problem einfach lösen
 - ▶ Verkehrsplanung / Google Maps
 - ▶ Datenstrukturen definieren

What the graph...?

Weshalb Graphen?

- ▶ Informationen aller Art abbilden und komplexe Problem einfach lösen
 - ▶ Verkehrsplanung / Google Maps
 - ▶ Datenstrukturen definieren
 - ▶ Chemische Strukturen erfinden

What the graph...? 🤔

Weshalb Graphen?

- ▶ Informationen aller Art abbilden und komplexe Problem einfach lösen
 - ▶ Verkehrsplanung / Google Maps
 - ▶ Datenstrukturen definieren
 - ▶ Chemische Strukturen erfinden
- ▶ Im Allgemeinen dienen Graphen in der Informatik & Mathematik zur Darstellung von **Relationen** zwischen Objekten beliebiger Art.

Was sind Graphen?

Ein **Graph** $G = (V, E)$ ist ein Paar von zwei Mengen V und E

- ▶ V ist die **Menge der Knoten**

Was sind Graphen?

Ein **Graph** $G = (V, E)$ ist ein Paar von zwei Mengen V und E

- ▶ V ist die **Menge der Knoten**
 - ▶ Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise

Was sind Graphen?

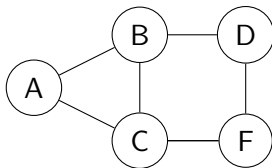
Ein **Graph** $G = (V, E)$ ist ein Paar von zwei Mengen V und E

- ▶ V ist die **Menge der Knoten**
 - ▶ Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
 - ▶ Haben Namen

Was sind Graphen?

Ein **Graph** $G = (V, E)$ ist ein Paar von zwei Mengen V und E

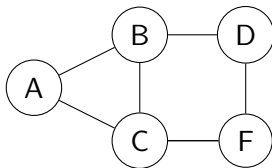
- ▶ V ist die **Menge der Knoten**
 - ▶ Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
 - ▶ Haben Namen
- ▶ E ist die **Menge der Kanten**



Was sind Graphen?

Ein **Graph** $G = (V, E)$ ist ein Paar von zwei Mengen V und E

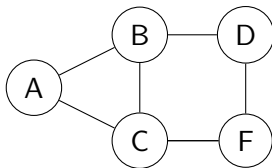
- ▶ V ist die **Menge der Knoten**
 - ▶ Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
 - ▶ Haben Namen
- ▶ E ist die **Menge der Kanten**
 - ▶ Verbinden Knoten



Was sind Graphen?

Ein **Graph** $G = (V, E)$ ist ein Paar von zwei Mengen V und E

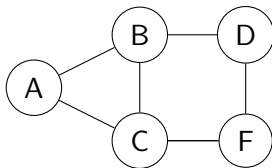
- ▶ V ist die **Menge der Knoten**
 - ▶ Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
 - ▶ Haben Namen
- ▶ E ist die **Menge der Kanten**
 - ▶ Verbinden Knoten
 - ▶ Bezeichnet durch ihre Endknoten



Was sind Graphen?

Ein **Graph** $G = (V, E)$ ist ein Paar von zwei Mengen V und E

- ▶ V ist die **Menge der Knoten**
 - ▶ Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
 - ▶ Haben Namen
- ▶ E ist die **Menge der Kanten**
 - ▶ Verbinden Knoten
 - ▶ Bezeichnet durch ihre Endknoten

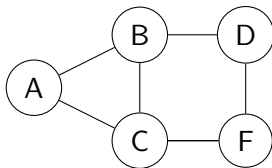


- ▶ $V = \{A, B, C, D, E, F\}$

Was sind Graphen?

Ein **Graph** $G = (V, E)$ ist ein Paar von zwei Mengen V und E

- ▶ V ist die **Menge der Knoten**
 - ▶ Gezeichnet als Punkte oder kleine Kreise
 - ▶ Haben Namen
- ▶ E ist die **Menge der Kanten**
 - ▶ Verbinden Knoten
 - ▶ Bezeichnet durch ihre Endknoten

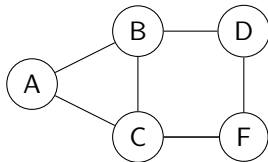


- ▶ $V = \{A, B, C, D, E, F\}$
- ▶ $E = \{\{A, B\}, \{A, C\}, \{B, C\}, \{B, E\}, \{C, D\}, \{C, F\}, \{D, E\}, \{E, F\}\}$



Wege und Spaziergänge

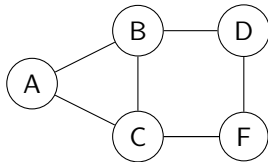
- ▶ Ein **Weg** oder ein **Spaziergang** in einem Graphen $G = (V, E)$ besteht aus einer Folge benachbarter Knoten, die miteinander verbunden werden
 - ▶ Z.B. im Graph unten: A, B, C, F, D
 - ▶ Wir sagen dem ersten und letzten Knoten in diesem Weg (A und D) **Endknoten**





Wege und Spaziergänge

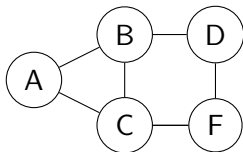
- ▶ Ein **Weg** oder ein **Spaziergang** in einem Graphen $G = (V, E)$ besteht aus einer Folge benachbarter Knoten, die miteinander verbunden werden
 - ▶ Z.B. im Graph unten: A, B, C, F, D
 - ▶ Wir sagen dem ersten und letzten Knoten in diesem Weg (A und D) **Endknoten**



- ▶ Wir nennen einen Weg **Kreis**, wenn die Endknoten gleich sind
 - ▶ Z.B. A, C, F, D, B, A
 - ▶ Ein Kreis ist **einfach**, wenn ausser dem Endknoten kein anderer Knoten zweimal vorkommt

Spezielle Wege

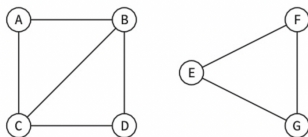
- ▶ Ein **Euler'scher Weg** ist ein Weg, der alle Kanten eines Graphen genau einmal durchläuft. Graphen, die einen solchen Weg besitzen, nennen wir **Euler'sche Graphen**
- ▶ Ein **Hamilton'scher Weg** ist ein einfacher Weg zwischen zwei Knoten eines Graphen, bei dem alle Knoten des Graphen enthalten sind.



→ Suchen Sie Euler'sche Wege/Kreise und Hamilton'sche Wege/Kreise in diesem Graph

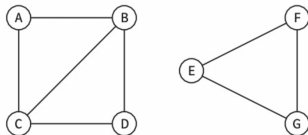
Zusammenhängende Graphen

- Ein Graph ist ***zusammenhängend***, wenn es zwischen jedem paar von Knoten mindestens einen Weg gibt.



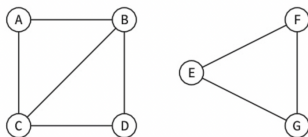
Zusammenhängende Graphen

- ▶ Ein Graph ist ***zusammenhängend***, wenn es zwischen jedem paar von Knoten mindestens einen Weg gibt.
- ▶ Wenn zwei Knoten A und B miteinander Verbunden sind ($\exists \{A, B\}$), dann heissen sie ***Nachbarn***



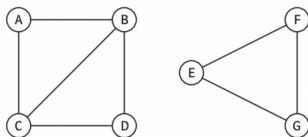
Zusammenhängende Graphen

- ▶ Ein Graph ist ***zusammenhängend***, wenn es zwischen jedem paar von Knoten mindestens einen Weg gibt.
- ▶ Wenn zwei Knoten A und B miteinander Verbunden sind ($\exists \{A, B\}$), dann heissen sie ***Nachbarn***
- ▶ Der **Grad eines Knotens** $x \in V$, bezeichnet als $\deg(x)$, ist die Anzahl der mit x verbundenen Kanten



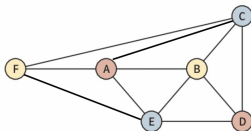
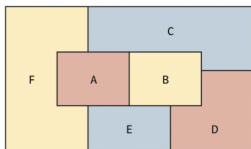
Zusammenhängende Graphen

- ▶ Ein Graph ist ***zusammenhängend***, wenn es zwischen jedem paar von Knoten mindestens einen Weg gibt.
- ▶ Wenn zwei Knoten A und B miteinander Verbunden sind ($\exists \{A, B\}$), dann heissen sie ***Nachbarn***
- ▶ Der **Grad eines Knotens** $x \in V$, bezeichnet als $\deg(x)$, ist die Anzahl der mit x verbundenen Kanten
- ▶ Der **Grad eines Graphen** G , bezeichnet als $\deg(G)$, ist das Maximum der Grade aller Knoten im Graphen



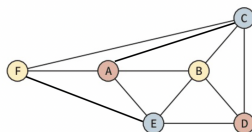
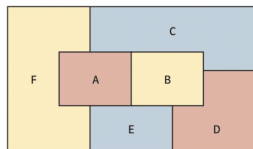
Färbung von Graphen

- Die **Färbung eines Graphen** erfolgt so, dass benachbarte Knoten immer unterschiedliche Farben haben. Ein Graph G mit k Farben heisst demnach **k -färbbar**.



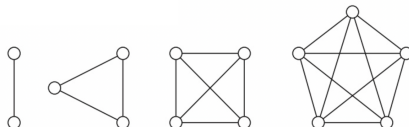
Färbung von Graphen

- Die **Färbung eines Graphen** erfolgt so, dass benachbarte Knoten immer unterschiedliche Farben haben. Ein Graph G mit k Farben heisst demnach **k -färbbar**.



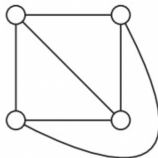
- Ein **vollständiger Graph** ist ein Graph von n Knoten, in dem jeder Knoten mit jedem anderen Knoten verbunden ist

$$\forall x \in V : \deg(x) = n - 1$$



Planare Darstellung von Graphen

- ▶ Ein Graph ist **planar** dargestellt, wenn keine Knoten sich überkreuzen.



Aufgaben

1. Aufgabe 1.38
2. Aufgabe 1.39 a, c und d (Aufgabe b ignorieren, Fehler im Buch)
3. Lesen Sie Beispiel 1.6 (Korrektur: beim Graph unten rechts sollten Kanten **F und E** sowie **A und C** miteinander verbunden sein)
4. Aufgabe 1.42
5. Aufgabe 1.44
6. Aufgabe 1.45
7. Aufgabe 1.48
8. *Challenge*: Aufgabe, 1.40, 1.47 und 1.49

Viel Erfolg!

