



# Kantonsschule Im Lee

Informatik: Data Science und Sicherheit  
**Zahlensysteme** 🖋️ : **Lektion 01**

# Historischer Hintergrund

## Was ist Informatik?

„*Informatik*“ = „Information“ + „Automatik“

Wissenschaft der **automatischen**...

- ▶ Darstellung...
- ▶ Speicherung...
- ▶ Übertragung...
- ▶ Verarbeitung...

...von Informationen / **Daten**.

# Was sind *Daten*?

„**Daten**“ = Plural von *Datum*

- ▶ *Datum* = Fakt(um) (von lateinisch *datum* = gegeben, *dare* = geben), also etwas **Gegebenes**

Beispiel:

# Was sind *Daten*?

„**Daten**“ = Plural von *Datum*

- ▶ *Datum* = Fakt(um) (von lateinisch *datum* = gegeben, *dare* = geben), also etwas **Gegebenes**

Beispiel:

- ▶ „Mein Nachbar heisst Marco Odermatt.“

# Was sind *Daten*?

„**Daten**“ = Plural von *Datum*

- ▶ *Datum* = Fakt(um) (von lateinisch *datum* = gegeben, *dare* = geben), also etwas **Gegebenes**

Beispiel:

- ▶ „Mein Nachbar heisst Marco Odermatt.“
- ▶ „Aktuell findet an der K LW Unterricht statt.“

# Was sind *Daten*?

„**Daten**“ = Plural von *Datum*

- ▶ *Datum* = Fakt(um) (von lateinisch *datum* = gegeben, *dare* = geben), also etwas **Gegebenes**

Beispiel:

- ▶ „Mein Nachbar heisst Marco Odermatt.“
- ▶ „Aktuell findet an der KLU Unterricht statt.“
- ▶ „Das Billett von Zürich nach Winterthur kostet CHF 6.80.“

# Was sind *Daten*?

„**Daten**“ = Plural von *Datum*

- ▶ *Datum* = Fakt(um) (von lateinisch *datum* = gegeben, *dare* = geben), also etwas **Gegebenes**

Beispiel:

- ▶ „Mein Nachbar heisst Marco Odermatt.“
- ▶ „Aktuell findet an der K LW Unterricht statt.“
- ▶ „Das Billett von Zürich nach Winterthur kostet CHF 6.80.“
- ▶ „Das Logo der K LW besteht aus blauen und roten Farben.“

# Was sind *Daten*?

„**Daten**“ = Plural von *Datum*

- ▶ *Datum* = Fakt(um) (von lateinisch *datum* = gegeben, *dare* = geben), also etwas **Gegebenes**

Beispiel:

- ▶ „Mein Nachbar heisst Marco Odermatt.“
- ▶ „Aktuell findet an der K LW Unterricht statt.“
- ▶ „Das Billett von Zürich nach Winterthur kostet CHF 6.80.“
- ▶ „Das Logo der K LW besteht aus blauen und roten Farben.“
- ▶ ...



# Was sind *Daten*?

„**Daten**“ = Plural von *Datum*

- ▶ *Datum* = Fakt(um) (von lateinisch *datum* = gegeben, *dare* = geben), also etwas **Gegebenes**

Beispiel:

- ▶ „Mein Nachbar heisst Marco Odermatt.“
  - ▶ „Aktuell findet an der K LW Unterricht statt.“
  - ▶ „Das Billett von Zürich nach Winterthur kostet CHF 6.80.“
  - ▶ „Das Logo der K LW besteht aus blauen und roten Farben.“
  - ▶ ...
- ▶ In der **Informatik**: irgendetwas mit Nullen und Einsen
- Beispiel:

# Was sind *Daten*?

„**Daten**“ = Plural von *Datum*

- ▶ *Datum* = Fakt(um) (von lateinisch *datum* = gegeben, *dare* = geben), also etwas **Gegebenes**

Beispiel:

- ▶ „Mein Nachbar heisst Marco Odermatt.“
  - ▶ „Aktuell findet an der K LW Unterricht statt.“
  - ▶ „Das Billett von Zürich nach Winterthur kostet CHF 6.80.“
  - ▶ „Das Logo der K LW besteht aus blauen und roten Farben.“
  - ▶ ...
- ▶ In der **Informatik**: irgendetwas mit Nullen und Einsen

Beispiel:

- ▶ ...10100010101111011101001001...

# Was sind *Daten*?

„**Daten**“ = Plural von *Datum*

- ▶ *Datum* = Fakt(um) (von lateinisch *datum* = gegeben, *dare* = geben), also etwas **Gegebenes**

Beispiel:

- ▶ „Mein Nachbar heisst Marco Odermatt.“
  - ▶ „Aktuell findet an der K LW Unterricht statt.“
  - ▶ „Das Billett von Zürich nach Winterthur kostet CHF 6.80.“
  - ▶ „Das Logo der K LW besteht aus blauen und roten Farben.“
  - ▶ ...
- ▶ In der **Informatik**: irgendetwas mit Nullen und Einsen

Beispiel:

- ▶ ...10100010101111011101001001...
- ▶ ...11101110110000111011010111...

# Was sind *Daten*?

„**Daten**“ = Plural von *Datum*

- ▶ *Datum* = Fakt(um) (von lateinisch *datum* = gegeben, *dare* = geben), also etwas **Gegebenes**

Beispiel:

- ▶ „Mein Nachbar heisst Marco Odermatt.“
  - ▶ „Aktuell findet an der K LW Unterricht statt.“
  - ▶ „Das Billett von Zürich nach Winterthur kostet CHF 6.80.“
  - ▶ „Das Logo der K LW besteht aus blauen und roten Farben.“
  - ▶ ...
- ▶ In der **Informatik**: irgendetwas mit Nullen und Einsen
- Beispiel:

- ▶ ...10100010101111011101001001...
- ▶ ...11101110110000111011010111...
- ▶ ...

# Was sind *Daten*?

„**Daten**“ = Plural von *Datum*

- ▶ *Datum* = Fakt(um) (von lateinisch *datum* = gegeben, *dare* = geben), also etwas **Gegebenes**

Beispiel:

- ▶ „Mein Nachbar heisst Marco Odermatt.“
- ▶ „Aktuell findet an der K LW Unterricht statt.“
- ▶ „Das Billett von Zürich nach Winterthur kostet CHF 6.80.“
- ▶ „Das Logo der K LW besteht aus blauen und roten Farben.“
- ▶ ...
- ▶ In der **Informatik**: irgendetwas mit Nullen und Einsen  
Beispiel:
  - ▶ ...10100010101111011101001001...
  - ▶ ...11101110110000111011010111...
  - ▶ ...
- ▶ Welche Codierung welchem *Datum* entspricht, bestimmt der / die ProgrammiererIn

Was ist überhaupt eine Zahl? Woher stammen Zahlen?

# Historischer Hintergrund

## Ishango-Knochen



▶ 🍎🍎🍎 = ?

▶ 🐟🐟🐟 = ?

# Historischer Hintergrund

## Unäre Zahlendarstellung

drei Kerben  $\leftrightarrow$    $\leftrightarrow$  |||  $\leftrightarrow$  ■ ■ ■

Was könnten Nachteile dieser Zahlendarstellung sein?



# Historischer Hintergrund

## Unäre Zahlendarstellung

drei Kerben  $\leftrightarrow$    $\leftrightarrow$  |||  $\leftrightarrow$  ■ ■ ■

Was könnten Nachteile dieser Zahlendarstellung sein?



- ▶ Wie liest man diese Zahl?
- ▶ Speicherbedarf!

# Zahlensysteme mit Basisgrößen

## Römische Zahlen

Basisgrößen: *I* (Eins), *V* (Fünf), *X* (Zehn), *L* (Fünfzig), *C* (Hundert), *D* (Fünfhundert) und *M* (Tausend).

Welche Zahl ist das?

*CCCCCLIII*

# Zahlensysteme mit Basisgrößen

## Römische Zahlen

Basisgrößen: *I* (Eins), *V* (Fünf), *X* (Zehn), *L* (Fünfzig), *C* (Hundert), *D* (Fünfhundert) und *M* (Tausend).

Welche Zahl ist das?

*CCCCCLIII*

554 → Gibt es Vereinfachungsmöglichkeiten?

# Zahlensysteme mit Basisgrößen

## Römische Zahlen

Basisgrößen: *I* (Eins), *V* (Fünf), *X* (Zehn), *L* (Fünfzig), *C* (Hundert), *D* (Fünfhundert) und *M* (Tausend).

Welche Zahl ist das?

*CCCCCLIII*

554 → Gibt es Vereinfachungsmöglichkeiten?

*DLIV*

# Zahlensysteme mit Basisgrößen

## Römische Zahlen

Basisgrößen: *I* (Eins), *V* (Fünf), *X* (Zehn), *L* (Fünfzig), *C* (Hundert), *D* (Fünfhundert) und *M* (Tausend).

Welche Zahl ist das?

*CCCCCLIII*

554 → Gibt es Vereinfachungsmöglichkeiten?

*DLIV*



Basisgrößen können wie **Münzen** angeschaut werden



# Zahlensysteme mit Basisgrößen

## Münzendarstellung

Eine Sammlung von Münzen nennen wir die Münzendarstellung einer Zahl  $m$ , wenn

- ▶ **Korrektheit:** die Zahl  $m$  gleich der Summe der Münzenwerte ist.
- ▶ **Minimalität:** keine Sammlung mit weniger Münzen existiert, deren Summe  $m$  ist.

Beispiel: LXXV ist die alte römische Münzendarstellung von 75

# Zahlensysteme mit Basisgrößen

## Münzendarstellung

Wir haben folgende Münzen: ① ② ③ ⑤ ⑩

Wie stellt man die Zahl 4 dar?

# Zahlensysteme mit Basisgrößen

## Münzendarstellung

Wir haben folgende Münzen: ① ② ③ ⑤ ⑩

Wie stellt man die Zahl 4 dar?

► ① ③

► ② ②



# Zahlensysteme mit Basisgrößen

## Münzendarstellung

Wir haben folgende Münzen: ① ② ③ ⑤ ⑩

Wie stellt man die Zahl 4 dar?

▶ ① ③

▶ ② ②

→ Problem: Münzdarstellung ist zwar *minimal*, aber nicht *eindeutig*

## Wichtige Beobachtung zu Ziffern

- ▶ Beispiel: Wir wollen 13 Objekte im Dezimalsystem mit so wenigen „Münzen“ (Potenzen der 10) wie möglich darstellen. Wir könnten dies mit 13 Einern tun. Doch wir sehen sofort, dass sich 10 Einer stets durch nur einen einzigen Zehner (und null Einer) ersetzen lassen. Dadurch haben wir 9 Münzen gespart.

## Wichtige Beobachtung zu Ziffern

- ▶ Beispiel: Wir wollen 13 Objekte im Dezimalsystem mit so wenigen „Münzen“ (Potenzen der 10) wie möglich darstellen. Wir könnten dies mit 13 Einern tun. Doch wir sehen sofort, dass sich 10 Einer stets durch nur einen einzigen Zehner (und null Einer) ersetzen lassen. Dadurch haben wir 9 Münzen gespart.
  - ▶ Verfügbare Münzen: ①, ⑩ etc.

## Wichtige Beobachtung zu Ziffern

- ▶ Beispiel: Wir wollen 13 Objekte im Dezimalsystem mit so wenigen „Münzen“ (Potenzen der 10) wie möglich darstellen. Wir könnten dies mit 13 Einern tun. Doch wir sehen sofort, dass sich 10 Einer stets durch nur einen einzigen Zehner (und null Einer) ersetzen lassen. Dadurch haben wir 9 Münzen gespart.

- ▶ Verfügbare Münzen: ①, ⑩ etc.

- ▶ Münzen vorher:



# Wichtige Beobachtung zu Ziffern

- ▶ Beispiel: Wir wollen 13 Objekte im Dezimalsystem mit so wenigen „Münzen“ (Potenzen der 10) wie möglich darstellen. Wir könnten dies mit 13 Einern tun. Doch wir sehen sofort, dass sich 10 Einer stets durch nur einen einzigen Zehner (und null Einer) ersetzen lassen. Dadurch haben wir 9 Münzen gespart.

- ▶ Verfügbare Münzen: ①, ⑩ etc.

- ▶ Münzen vorher:

① ① ① ① ①

① ① ① ① ①

① ① ①

- ▶ Münzen nachher:

⑩ ① ① ①

# Wichtige Beobachtung zu Ziffern

- ▶ Beispiel: Wir wollen 13 Objekte im Dezimalsystem mit so wenigen „Münzen“ (Potenzen der 10) wie möglich darstellen. Wir könnten dies mit 13 Einern tun. Doch wir sehen sofort, dass sich 10 Einer stets durch nur einen einzigen Zehner (und null Einer) ersetzen lassen. Dadurch haben wir 9 Münzen gespart.

- ▶ Verfügbare Münzen: ①, ⑩ etc.

- ▶ Münzen vorher:

① ① ① ① ①

① ① ① ① ①

① ① ①

- ▶ Münzen nachher:

⑩ ① ① ①

- ▶ In einem  $b$ -adischen System haben wir also maximal  $b - 1$  viele Münzen vom Typen  $b^k$ , denn sonst würden wir stets Gruppen von je  $b$  vielen Münzen vom Typ  $b^k$  durch eine einzige Münze vom Typen  $b^{k+1}$  ersetzen und hätten dadurch, für jede solche Gruppe,  $b - 1$  Münzen eingespart.

# Wichtige Beobachtung zu Ziffern

Angenommen wir haben in einem Münzsystem (nicht zwingend einem  $b$ -adischen) eine Münze, die genau  $k$ -mal ( $k > 1$  ist eine natürliche Zahl) so gross ist wie die nächst kleinere Münze. Dann werden wir höchstens  $k - 1$  viele der kleineren Münzen verwenden. Ansonsten würden wir nämlich stets Gruppen von  $k$  der kleineren Münzen durch eine der grösseren ersetzen und erhielten, für jede solche Gruppe, eine um  $(k - 1)$  Münzen kürzere Darstellung.

► Beispiel:

Verfügbare Münzen: 5, 15, 45 etc. (Vergrößerungs-Schritt 3)

5 5 5  $\rightarrow$  15 (Reduktion um 2 Münzen)

15 15 15  $\rightarrow$  45 (Reduktion um 2 Münzen)

# Fazit

- ▶ Zahlensysteme sind „willkürlich“ und historisch entstanden
- ▶ Erste Zahlensysteme funktionierten als Münzendarstellungen
- ▶ Computer arbeiten mit binären Zahlen  $\{0,1\}$ 
  - ▶ Schnelleres Rechnen
  - ▶ ⚡ 1 = Strom fließt, 0 = kein Strom



# Aufgaben

Skript „Zahlensysteme und Kodierungen“ (auf Moodle)



Aufgabe 1.1